

Anes Team

***ANES20XE : Пакет для численного моделирования процессов
гидродинамики и тепломассообмена***

Версия 2.02

Технический отчет

Моделирование ламинарной дорожки Кармана

Москва июнь 2013 г.

1. Введение

Цели работы:

1. Проверить (наконец) как код Anes моделирует возникновение ламинарной нестационарной дорожки Кармана за круговым цилиндром.
2. Проверить моделирование нестационарных задач для новых неструктурных сеток.

Изучение литературы по численному моделированию дорожки Кармана позволило сделать следующие выводы (см., например, [1,2]):

1. При развитии течения с равномерного профиля скорости (физически это означает, что тело двигалось вместе с потоком, а потом мгновенно остановилось) можно выделить три этапа. На первом этапе происходит выход на стационарный симметричный режим, на втором этапе некоторое время этот стационарный режим сохраняется, на третьем этапе происходит возникновение нестационарного процесса с выходом на периодические колебания. Следует отметить, что второй этап может занимать довольно большое время.
2. В качестве параметров для сравнения (между расчетами и с экспериментом) обычно используется поле завихренности ω_z и две интегральные характеристики – коэффициент сопротивления цилиндра C_d (Drag coefficient) и коэффициент подъемной силы C_l (Lift coefficient):

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{\partial y} \right), C_d = \frac{F_x}{\left(d_c L_z \frac{\rho_g U_0^2}{2} \right)}, C_l = \frac{F_y}{\left(d_c L_z \frac{\rho_g U_0^2}{2} \right)} \quad (1)$$

здесь F_x, F_y – компоненты вектора полной силы, приложенной к цилиндру (ось x направлена вдоль течения, ось y – перпендикулярно к вектору скорости). Силы рассчитываются с учетом, как поля давления, так и поля касательного трения.

3. Важной характеристикой расчета является число Струхалия St

$$St = \frac{f_1 d_c}{U_0}, \quad (2)$$

где f_1 – это частота первой моды колебаний параметров потока. Для определения этой частоты нужно использовать частотный анализ с помощью преобразования Фурье (разложения «сигнала» в ряд Фурье). В качестве нестационарного сигнала лучше всего использовать коэффициент подъемной силы C_l , поскольку в стационарном режиме этот коэффициент равен нулю. Для числа Струхалия имеется эмпирическая зависимость (Rhoshko, 1954 г)

$$St = 0.212 - \frac{4.5}{Re}, \quad Re = \frac{U_0 d_c}{\nu_g} \quad (3)$$

2. Постановка задачи

Для моделирования используется двумерная декартова система координат и два типа сеток: структурные и неструктурные сетки КО. Расчетная область задачи и сетки КО показаны на рисунке 1. Для структурного и неструктурного расчета использовалась одна и та же неравномерная сетка с числом ячеек $NX * NY = 122 * 112$ (для неструктурной сетки уровень разбиения принимался равным нулю).

Поскольку в структурных сетках не используется алгоритм дробных ячеек, то фактически при решении структурной задачи производится моделирование обтекания не цилиндра, а квадратного тела со скругленными углами (см. рисунок 1).

На входной границе задается равномерный профиль скорости U_0 и постоянная температура $T_0 = 0$. На выходе задается давление, равное нулю. На верхней и нижней границе не задаются явные условия, что означает равенство нулю производных по y для всех переменных. На поверхности цилиндра задавались условия прилипания и постоянная температура $T_c = 50$ С.

Приведенные в данном отчете результаты получены для числа $Re = 100$.

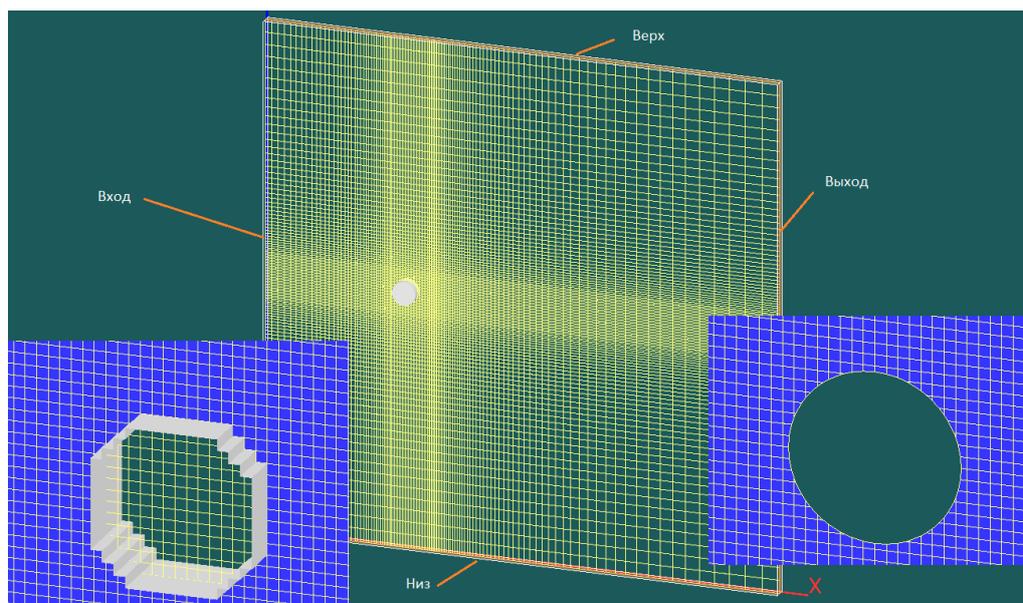


Рисунок 1 – Геометрия расчетной области

Для правильного построения сетки по времени нужно свойства среды выбрать так же, как и в статьях. Для этого лучше всего использовать размерные свойства, соответствующие безразмерному представлению:

$$\rho_g = 1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \nu_g = \frac{1}{Re} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}, \quad c_p = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}, \quad Pr = 0.7, \quad U_0 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (4)$$

Как следует из литературы в этом случае характерное время расчета должно быть порядка 100 – 300 сек. В расчетах использовалась следующая сетка по времени:

Время расчета = 300 с, Шаг по времени $DTime = 0.05$ с, Шаг выдачи результатов = 2 с.

Для моделирования использовалась двумерная система уравнений гидродинамики и энергии

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{U}_g) &= 0, \\ \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{U}_g U_{gx} - \rho_g \nu_g \nabla U_{gx}) &= -\frac{\partial p}{\partial x}, \\ \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{U}_g U_{gy} - \rho_g \nu_g \nabla U_{gy}) &= -\frac{\partial p}{\partial y}, \\ \operatorname{div}\left(\rho_g \mathbf{U}_g c_{pg} T_g - \frac{\rho_g \nu_g}{Pr} \nabla T_g\right) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Для расчета сил F_x , F_y , действующих на цилиндр, использовались функции `myForm` `Apes`. Эти функции рассчитывают две составляющие вектора силы (за счет поля давления и касательного напряжения) по соотношениям:

$$\mathbf{F}_p = -\oint p \mathbf{n} dA, \quad \mathbf{F}_\tau = \oint \boldsymbol{\tau}_w dA \quad (6)$$

здесь \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности патча тела, направленный в расчетную область, $\boldsymbol{\tau}_w$ – вектор касательного напряжения, направленный в направлении касательной составляющей скорости потока.

Для проведения структурных расчетов использовался линейный солвер `ATDMA`, для неструктурных расчетов – солвер `KIVA-ILU`. Все расчеты выполнены в последовательном режиме на обычном компьютере. Времена расчета:

- 1) структурная сетка = 1 час 28 мин,
- 2) неструктурная сетка = 4 час 40 мин.

3. Результаты моделирования

Для просмотра анимации полей завихренности, продольной компоненты скорости и температуры для двух типов сеток необходимо использовать avi-файлы, прилагаемые к отчету (файл `anime.7z`).

3.1. Структурная сетка

Поле продольной компоненты скорости U_{gx} для двух значений времени (шаг между ними – половина периода колебаний на квазипериодическом этапе) показаны на рисунках 2, поля завихренности ω_z и температуры T_g для тех же шагов по времени изображены на рисунках 3 и 4. На рисунке 5 показано поведение по времени давления торможения в передней точке цилиндра.

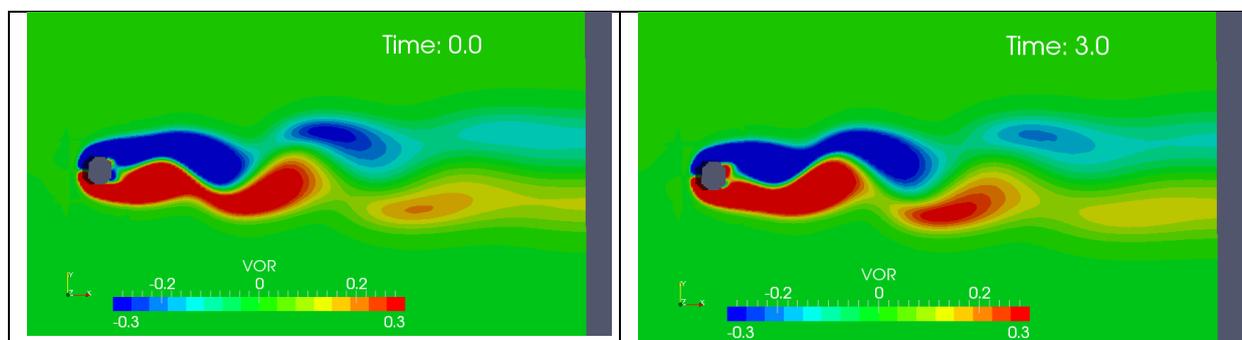


Рисунок 2 – Поля завихренности для полупериода колебаний (структурная сетка)

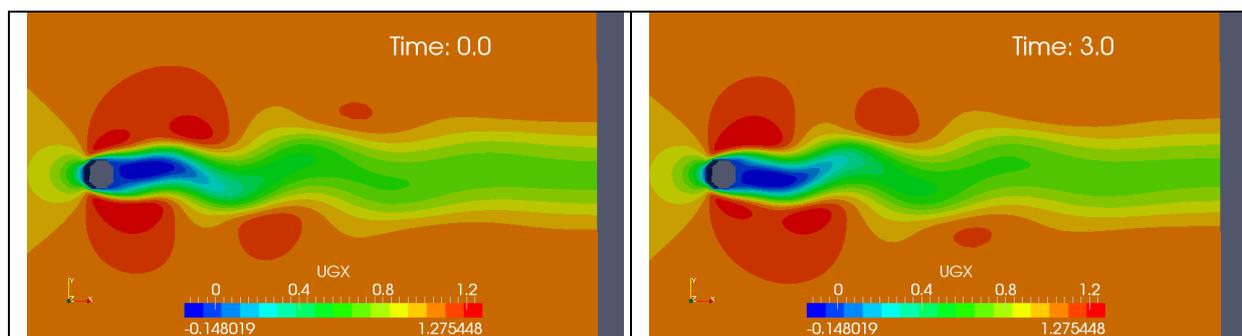


Рисунок 3 – Поля продольной скорости для полупериода колебаний (структурная сетка)

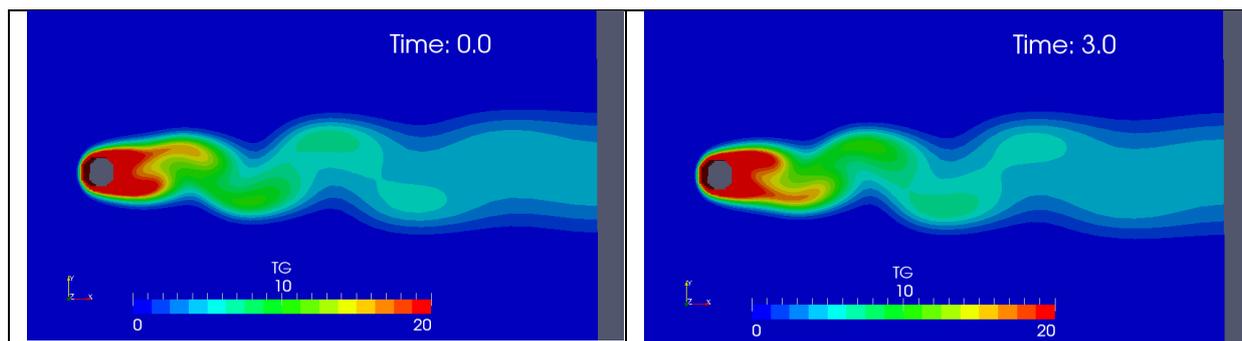


Рисунок 4 – Поля температуры для полупериода колебаний (структурная сетка)

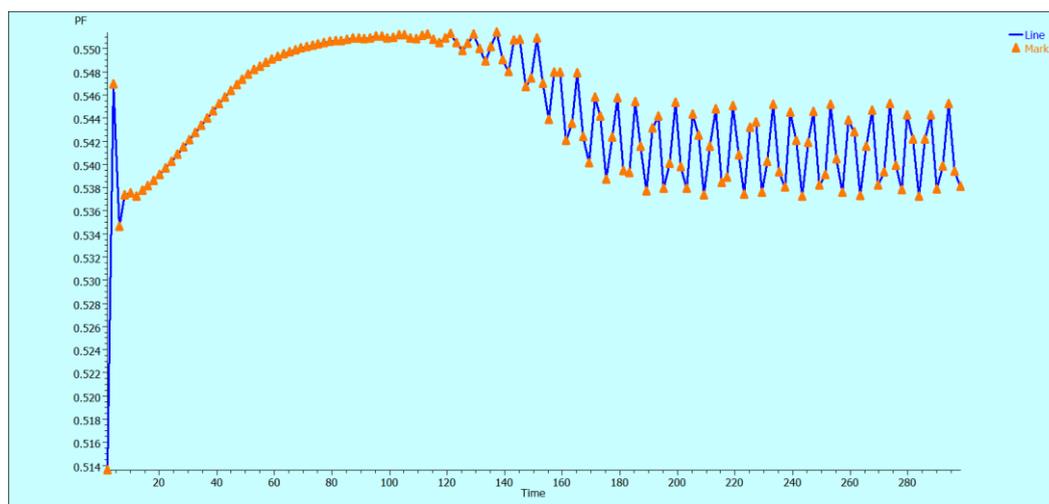


Рисунок 5 – Давление в передней точке торможения

На рисунках 6-7 показано поведение коэффициентов C_d и C_l с самого начала расчета, на рисунке 8 – пульсации коэффициента подъемной силы на участке квазипериодического течения. Именно это распределение использовалось для Фурье-анализа (с помощью алгоритма БПФ пакета SciDavis). Результат этого спектрального анализа показан на рисунке 9.

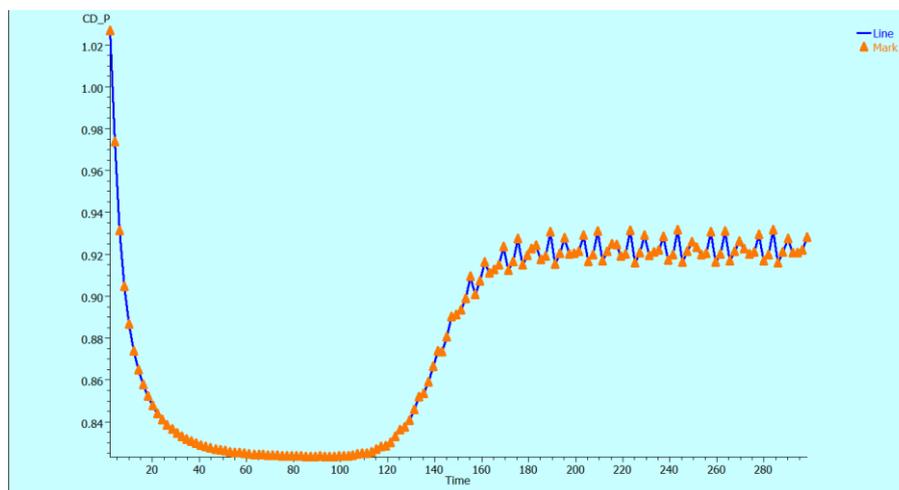


Рисунок 6 – Поведение коэффициента C_d с начала расчета

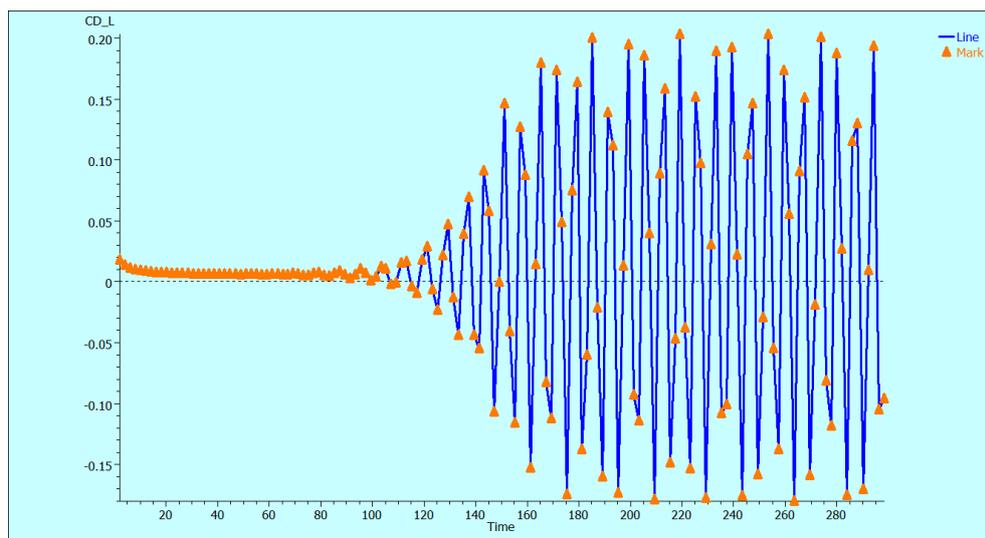


Рисунок 7 – Поведение коэффициента C_1 с начала расчета

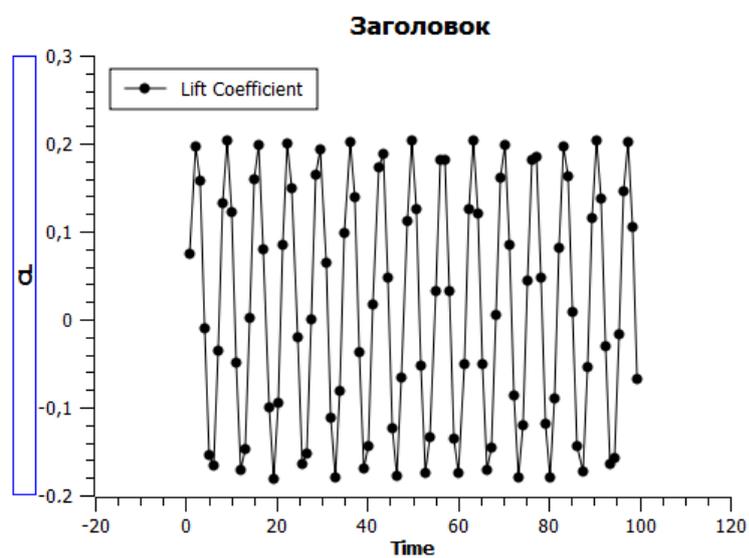


Рисунок 8 – Поведение коэффициента C_1 на квазипериодическом этапе

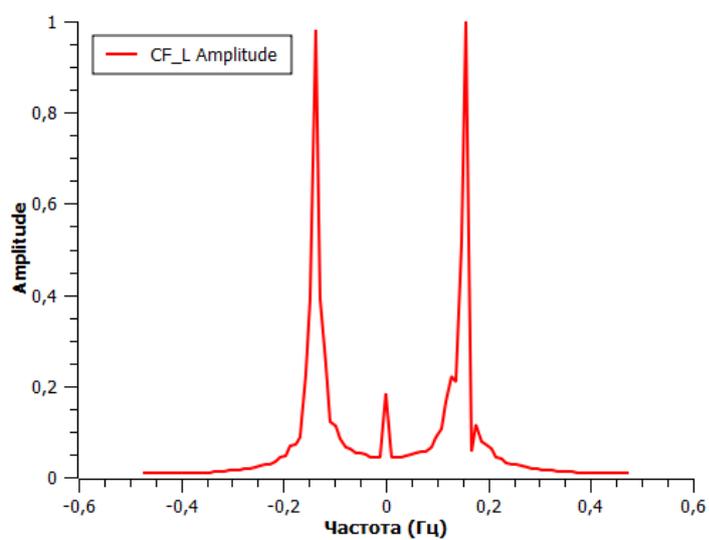


Рисунок 9 – Спектр колебаний C_1 на квазипериодическом этапе

3.2. Неструктурная сетка

Поля для неструктурной сетки аналогичны полям для структурной сетки (лучше всего их смотреть в приложенных анимационных файлах). Приведем только результаты для коэффициентов сопротивления и поля давления в передней точке цилиндра (рисунки 10 – 14)

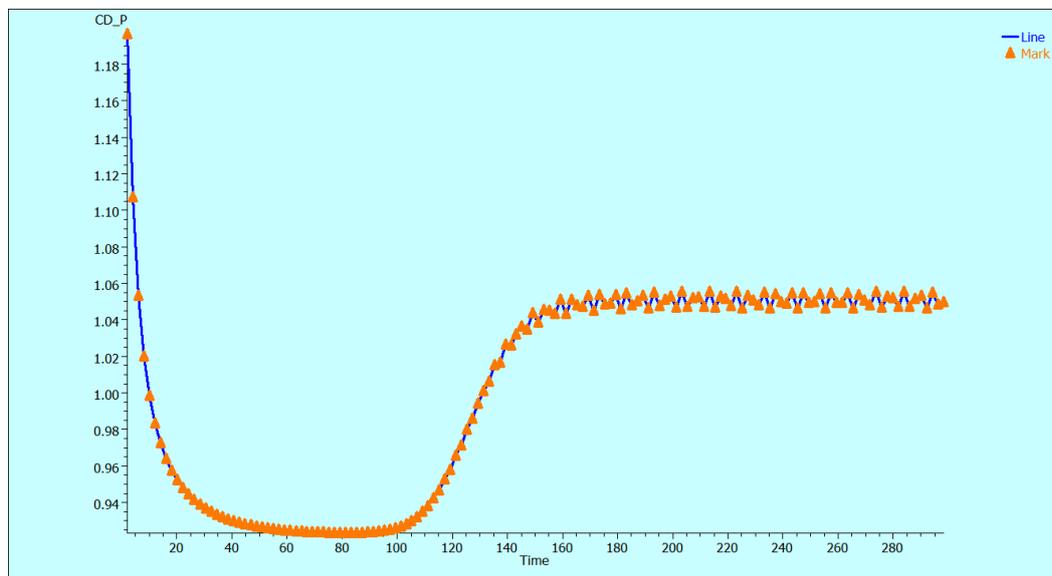


Рисунок 10 – Поведение коэффициента C_d с начала расчета

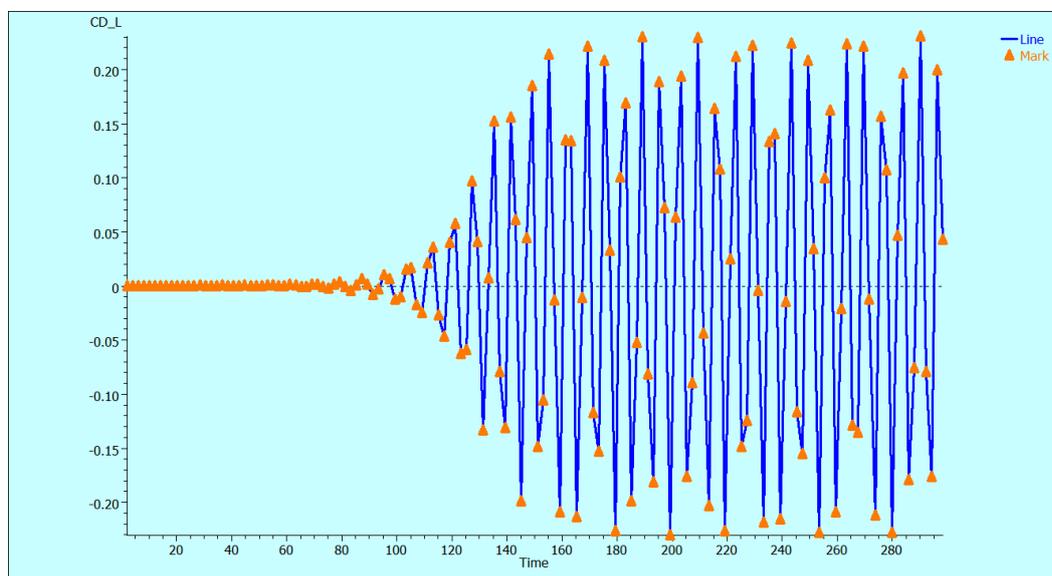


Рисунок 11 – Поведение коэффициента C_l с начала расчета

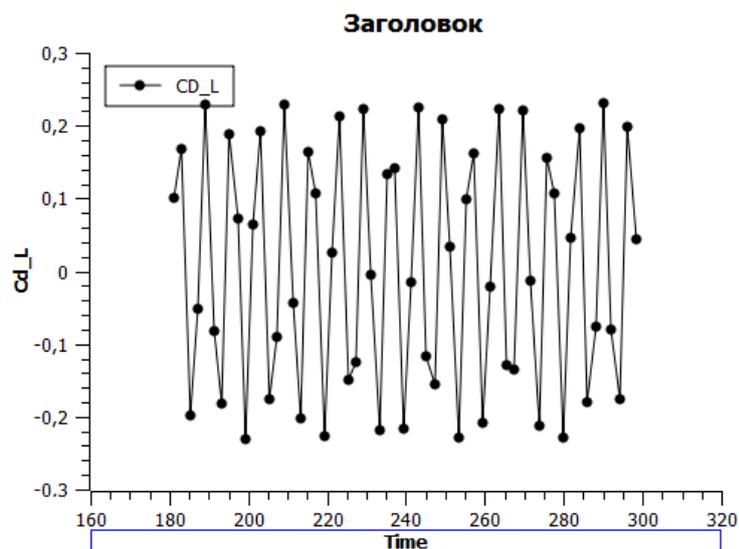


Рисунок 12 – Поведение коэффициента C_1 на квазипериодическом этапе

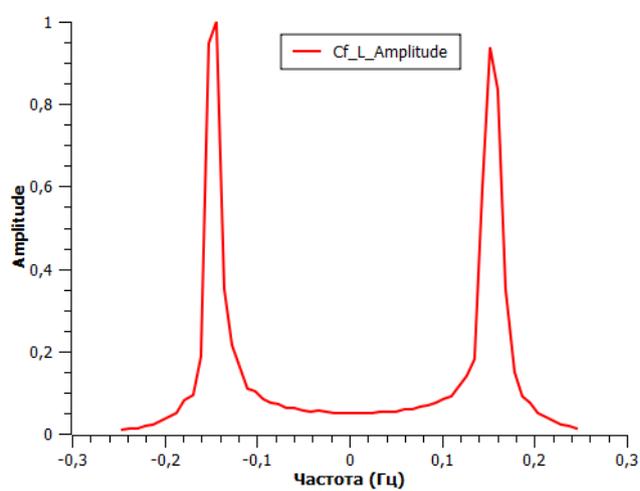


Рисунок 13 – Поведение коэффициента C_1 на квазипериодическом этапе

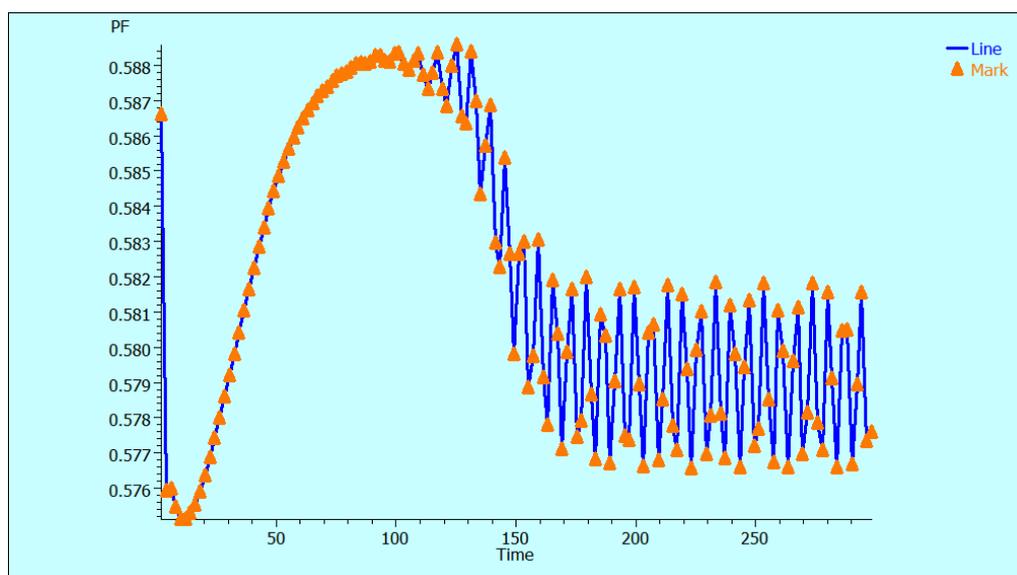


Рисунок 14 – Давление в передней точке торможения

4. Выводы

Проведенные расчеты показывают главное: код Anes позволяет моделировать такие «тонкие» нестационарные процессы, как дорожка Кармана, как на структурной, так и на неструктурной сетках. Самая главная характеристика расчета дорожки – частота первой моды колебаний – близка к экспериментальному значению 0.167:

структурная сетка – 0.17,

неструктурная - 0.16.

Хорошее совпадение наблюдается по амплитуде колебания коэффициента подъемной силы. Различие наблюдается по среднему коэффициенту сопротивления (эксперимент порядка 1.3, расчет – 1.06). Но это отличие, по видимому, связано с «грубостью» сетки вблизи поверхности цилиндра.

Литература

1. R. Franke, W. Rody, W. Schonung. Numerical calculation of laminar of vortex-shedding flow past cylinders// J. of wind engineering and industrial aerodynamics. 1990, No. 35, pp. 237-257.
2. B.N. Rajani, A. Kandasamy, Sekhar Majumdar. Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder// Applied Mathematical Modelling, 2009, No. 33, pp. 1228 - 1247.